

Nombre: \_\_\_\_\_

PORTANTE

Duración del examen: **120 minutos**

No olvide anotar el nombre y los apellidos en todas las hojas de examen, incluido el enunciado de examen

No se permite ningún tipo de documentación

Las respuestas se entregarán en hojas de examen

Se entregarán las hojas de examen, incluido el enunciado de examen, dobladas por la mitad

b) Sea el lugar geométrico de un sistema de control en tiempo discreto mostrado en la figura 1.

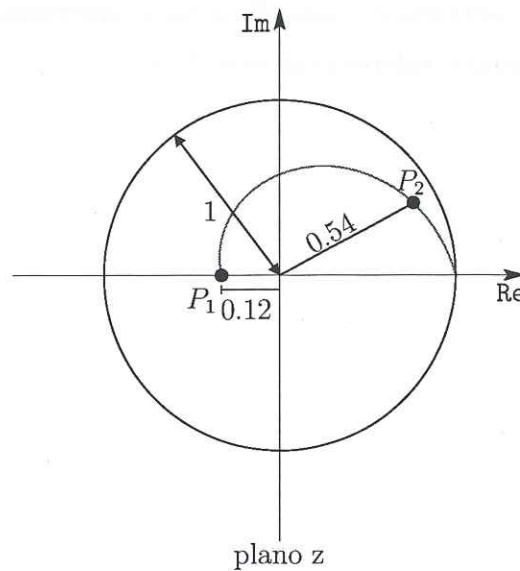


Figura 1: Lugar geométrico del sistema considerado.

período de muestreo que satisfice las condiciones dinámicas del sistema discreto, presuponiéndose que la frecuencia natural no amortiguada en el punto de la  $P_2$  asciende a 550,71 rad/s.

b) Considere un sistema de control, con realimentación unitaria, cuya función de transferencia en lazo cerrado obedece a

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{10s}{s^2 + \pi^2}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVIA WHATSAPP: 689 45 44 70  
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

el período de muestreo  $T$  al que ha de «discretizarse» la función de transferencia del sistema para que la dinámica del sistema opere en régimen inestable.

os) Determine la solución, en forma cerrada, de la transformada  $z$  de las siguientes funciones  $f(k)$ .

puntos)  $f(k) = \sum_{k=0}^n \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{3\pi}{2}k\right) u(k)$ .

puntos)  $f(k) = \ln\left(\frac{1}{2}\right)^k u(k-2)$ .

os) Sea un sistema de control digital, con realimentación unitaria, cuya función de transferencia en lazo abierto obedece a

$$G(z) = \frac{K - 1/2}{z(z + K + 1/2)}$$

de, para un período de muestreo  $T = 1.5$  s, el valor mínimo de  $K$  que convierte al sistema en inestable, sin recurrir para ello a las condiciones del módulo y del ángulo.

Considere únicamente valores positivos de  $K$ .

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVIA WHATSAPP: 689 45 44 70  
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

$$= 2\pi \frac{w_d}{w_s} \rightarrow \frac{w_d}{w_s} = \frac{1}{2}; \quad w_s = 2w_d$$

$$\frac{2\pi\gamma}{\sqrt{1-\gamma^2}} \cdot \frac{w_d}{w_s} = 0.12 \rightarrow \gamma =$$

$$\frac{2\pi\gamma}{\sqrt{1-\gamma^2}} \cdot \frac{1}{2} = e^{-\frac{\pi\gamma}{\sqrt{1-\gamma^2}}} = 0.12$$

$$2\pi \cdot 0.12; \quad \pi^2 \gamma^2 = \ln^2 0.12 (1-\gamma^2)$$

$$\pi^2 \gamma^2 = \ln^2 0.12 - \ln^2 0.12 \cdot \gamma^2$$

$$(\pi^2 + \ln^2 0.12) \gamma^2 = \ln^2 0.12$$

$$\gamma^2 = \frac{\ln^2 0.12}{\pi^2 + \ln^2 0.12}$$

0.5594  
↗  
↘  
-0.5594

$$\frac{2\pi\gamma}{\sqrt{1-\gamma^2}} \cdot \frac{w_d}{w_s} = 0.54$$

$$\frac{2\pi\gamma}{1-\gamma^2} \cdot \frac{w_d}{w_s} = \ln 0.54; \quad \frac{w_d}{w_s} = \frac{\ln 0.54 \cdot \sqrt{1-\gamma^2}}{-2\pi\gamma}$$

$$\frac{w_d}{w_s} = 2\pi \cdot 0.1453 = \underline{0.1453}$$

$$w_s = 0.9130 (\sim 52.311^\circ) \Rightarrow$$

$$= 2w_{n1} \sqrt{1-\gamma^2} = 1.6578 w_{n1}$$

$$3 w_{d2} = 6.8823 w_{n2} \sqrt{1-\gamma^2} = 5.7046 w_{n2}$$

$$1.6578 w_{n1} = 5.7046 w_{n2}$$

$$\frac{\pi}{0.46 \cdot 550.71} = 0.002 = 2 \text{ ms}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVIA WHATSAPP: 689 45 44 70  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Apellidos:		Pág.:
Nombre:	Fecha:	
Titulación:		
Asignatura:	Curso / grupo:	

dad  
**Cartagena99**

$$s = \pm \pi j$$

$$= e^{0 \cdot T} \cdot e^{\pm \pi T j}$$

... LAS DOS RAÍCES SE SITUAN EN  
 ... CONVIRTIENDO AL SISTEMA EN INESTABLE

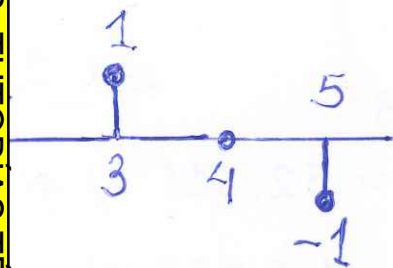
CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVIA WHATSAPP: 689 45 44 70  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



Apellidos:		Pág.:
Nombre:	Fecha:	
Titulación:		
Asignatura:	Curso / grupo:	

$$\begin{aligned}
 (k-2) &= a^k \cdot a^{-2} \cdot a^2 \cdot u(k-2) \\
 &= a^2 \cdot \underbrace{a^{k-2}}_{z^{-2} \cdot z \{a^k\}} \cdot u(k-2)
 \end{aligned}$$

$$\frac{1}{1 + \ln 2 z^{-1}} = \frac{(-\ln 2) \cdot z^{-1}}{z + \ln 2}$$



$$\cos(k+1) \pi/2 = -\sin k \pi/2$$

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{1-z^{-1}} \cdot X(z) &= \frac{-1}{1-z^{-1}} \cdot \frac{z^{-1} \cdot \sin \pi/2}{1 - 2z^{-1} \cos \pi/2 + z^{-2}} \\
 &= \frac{-z^{-1}}{(1-z^{-1})(1+z^{-2})}
 \end{aligned}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVIA WHATSAPP: 689 45 44 70  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Apellidos:		Pág.:
Nombre:	Fecha:	
Titulación:		
Asignatura:	Curso / grupo:	

$$\frac{K - 1/2}{z(z + K + 1/2)} = \frac{K - 1/2}{z(z + K + 1/2) + K - 1/2}$$

$$1 + \frac{K - 1/2}{z(z + K + 1/2)}$$

$$+ \underbrace{(K + 1/2)}_{a_1} z + \underbrace{(K - 1/2)}_{a_2}$$

CONDICIONES DE ESTABILIDAD DE JURY

$$|a_0| < a_2 \rightarrow |K - 1/2| < 1; -\frac{1}{2} < K < \frac{3}{2}$$

$$1 + a_1 > 0 \rightarrow 1 + 2K > 0; K > -\frac{1}{2}$$

$1 - a_1 + a_2 > 0 \rightarrow$  NO INTERVIENE K

grado par

ESTABILIDAD  $-\frac{1}{2} < K < \frac{3}{2}$ . PARA  $K = \frac{3}{2}$

ESTABLE, PUES

$$z^2 + 2z + 1 = 0 \rightarrow P(z) = (z + 1)^2 = 0$$

RAÍZ DOBLE SOBRE LA CIRCUNFERENCIA DE RADIO

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVIA WHATSAPP: 689 45 44 70  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70